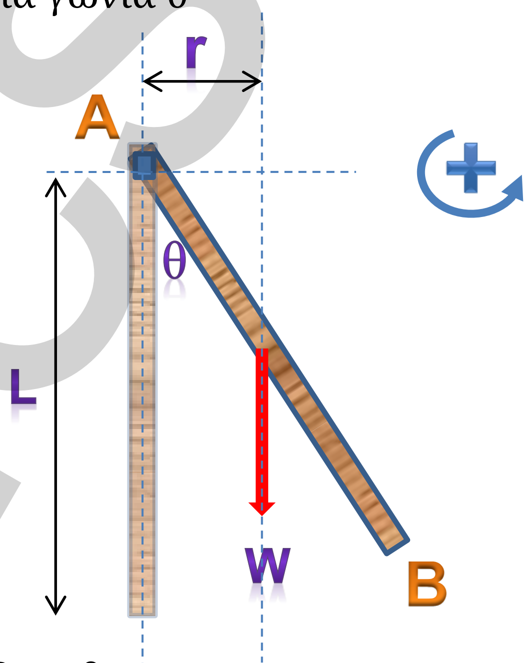
physicsT
ΘΗΒΑΙΟΣ ΛΟΥΚΑΣ /ΦΥΣΙΚΟΣ- M.Sc.
users.sch.gr/lthiveos/wordpress

ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΟΜΟΓΕΝΟΥΣ ΡΑΒΔΟΥ

Έστω μια ομογενής ράβδος ΑΒ μήκους L και μάζας M, η οποία αναρτάται από το ένα της άκρο Α ,ώστε να μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από άξονα που διέρχεται από Α. (όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα)
Εκτρέπουμε τη ράβδο από τη θέση ισορροπίας της, και την αφήνουμε ελεύθερη. Εξετάστε την κίνηση της ράβδου για μικρές γωνίες εκτροπής (θ<< δηλ ημθ≈θ)
Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς cm: $\mathrm{Icm}=\frac{}{12}ML^2$



Απο θεμελιώδη νομο στροφικής κίνησης για τυχαία γωνία θ

$\Sigma\tau = I_A\,\alpha_\gamma =>$

$\tau_W = I_A\,\alpha_\gamma => -Mgr = I_A\,\alpha_\gamma => \boldsymbol{\alpha_\gamma = -\frac{Mgr}{I_A}}$ (1)

ομως απο σχήμα εχούμε

$\eta\mu\Theta = \frac{r}{\frac{L}{2}} => r = \frac{L}{2}\eta\mu\Theta$ (2) και σύμφωνα

με το θεώρημα Steiner $I_A = I_{CM} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 =>$

$I_A = \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{4} => I_A = \frac{ML^2}{3}$ (3)

απο την (1) εχουμε λόγω των (2), (3)

$$\alpha_\gamma = -\frac{Mg\frac{L}{2}\eta\mu\theta}{\frac{ML^2}{3}} => \alpha_\gamma = -\frac{g\frac{1}{2}\eta\mu\theta}{\frac{L}{3}} => \alpha_\gamma = -\frac{3g\eta\mu\theta}{2L}$$

Ομως επειδή $\theta \ll$ μπορούμε να γράψουμε $\eta\mu\theta \cong \theta$ ετσι $\boldsymbol{\alpha_\gamma = -\frac{3g}{2L}\theta}$ (I)

Ενα σύστημα που εκτελεί ΑΑΤ υπακουεί στη σχέση

$\boldsymbol{\Sigma F} = \mathbf{Ma} => -\mathbf{Dx} = \mathbf{Ma} => \mathbf{a} = -\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{M}}\mathbf{x}$ (II)

Με απλή αντιστοίχιση των $\boldsymbol{\alpha_\gamma} \rightarrow \mathbf{a}$ και $\mathbf{x} \rightarrow \boldsymbol{\theta}$ προκυπτει οτι

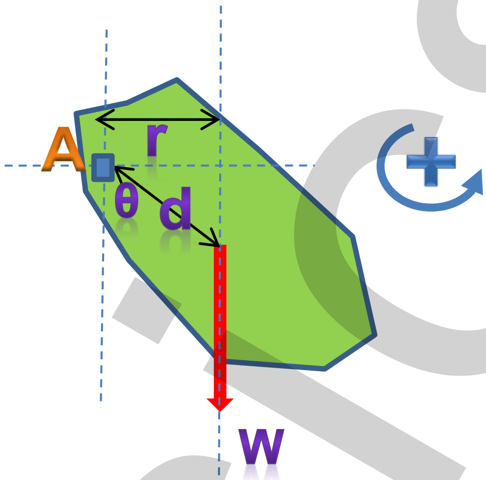
για μικρές γωνίες το σύστημα εκτελεί ΑΑΤ με $\frac{D}{M} = \frac{3g}{2L} => \mathbf{D} = \frac{\mathbf{3Mg}}{\mathbf{2L}}$

physics

και περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{D}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{\frac{3Mg}{2L}}} \Rightarrow \mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}}$

προεκτείνοντας , μπορούμε να γενικεύσουμε την μελέτη για ολα τα συστήματα με ροπη αδράνειας I_A , με $r = d\eta\mu\theta \Rightarrow r = d\cdot\theta$

και περιοδο $\mathbf{T = 2\pi\sqrt{\frac{I_A}{Mgd}}}$



physicsT

$$\alpha_\gamma = -\frac{Mg\frac{\mathrm{L}}{2}\eta\mu\Theta}{I_A}$$

Από θεμελιωδή νομο στροφικης κινησης θα εχουμε

$\Sigma\tau = I_A \alpha_\gamma$ (1)

Στ=τw=-Mgr=> Στ=-Mgημθ(L/2) (2)

Από (2) λογω της (1)

-Mgημθ(L/2)= I_Aαγ=>

-Mgημθ(L/2)= I_A (dω/dt)=>

dω/dt=-2L

Από θεωρημα Steiner

IA=Icm +$M(L/2)^2$ =>

IA=(1/12)ML^2 +$M(L/2)^2$ =>

IA=(1/3)ML^2 (3)

physicsT